

Aufgaben für die Klassenstufen 9/10

ohne Lösungen

Gruppenwettbewerb	Aufgaben MG1, MG2, MG3, MG4
Speedwettbewerb	Aufgaben MS1, MS2, MS3, MS4, MS5, MS6, MS7, MS8

Aufgabe MG1:

In einer Stadt gibt es drei Parkplätze A, B, C .

(a) Zum einem bestimmten Zeitpunkt sind:

- 20% der Stellplätze auf Parkplatz A belegt
- 40% der Stellplätze auf Parkplatz B belegt
- 60% der Stellplätze auf Parkplatz C belegt
- damit die Hälfte aller verfügbaren Stellplätze insgesamt belegt

Auf Parkplatz C gibt es zu diesem Zeitpunkt genauso viele freie Stellplätze wie freie Stellplätze auf den Parkplätzen A und B zusammen.

Bestimmt die Anteile der Stellplätze auf den einzelnen Parkplätzen A bzw. B bzw. C an den Stellplätzen insgesamt.

(b) Zu einem anderen Zeitpunkt sind auf den gleichen Parkplätzen $\frac{5}{8}$ aller verfügbaren Stellplätze insgesamt belegt, wobei es auf jedem der drei Parkplätze genau gleich viele freie Stellplätze gibt.

Bestimmt für jeden der drei Parkplätze A bzw. B bzw. C jeweils den Anteil der Stellplätze, die belegt sind.

Aufgabe MG2:

(a) Bestimmt alle möglichen Kombinationen von Ziffern A, B aus $1, \dots, 9$, so dass für die zweistellige Zahl AB und die dreistellige Zahl BAA mit den Ziffern A und B gilt:

$$8 \cdot AB = BAA$$

(b) Bestimmt alle möglichen Kombinationen von Ziffern A, B aus $1, \dots, 9$, so dass für die zweistellige Zahl AB und die vierstellige Zahl $BAAB$ mit den Ziffern A und B gilt:

$$77 \cdot AB = BAAB$$

(c) Bestimmt alle möglichen Kombinationen von Ziffern A aus $1, \dots, 9$ und B, C aus $0, \dots, 9$, so dass für die dreistellige Zahl ABC und die fünfstellige Zahl $AAABC$ mit den Ziffern A und B gilt:

$$89 \cdot ABC = AAABC$$

Aufgabe MG3:

Gegeben sei ein Quadrat $\square ABCD$ mit Mittelpunkt M . Der Punkt E sei so gewählt, dass $\triangle AME$ gleichseitig ist. (Es gibt dafür zwei Möglichkeiten, siehe Aufgabenteile (a) und (b).)

Bestimmt den Schnittwinkel der Geraden BE und AC , falls:

- (a) B und E auf verschiedenen Seiten von AC liegen
- (b) B und E auf derselben Seite von AC liegen

Die Antworten sind zu begründen. (Argumentiert mithilfe bekannter Größen. Ein Messen der Winkel ist keine ausreichende Begründung.)

Aufgabe MG4:

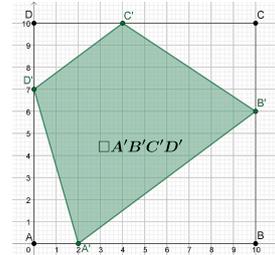
Gegeben sei das Quadrat $\square ABCD$ mit $A = (0,0)$, $B = (10,0)$, $C = (10,10)$ und $D = (0,10)$.
Es sollen nun Punkte

$$A' \text{ auf } \overline{AB} \quad B' \text{ auf } \overline{BC} \quad C' \text{ auf } \overline{CD} \quad D' \text{ auf } \overline{DA}$$

gewählt werden, so dass ein weiteres Viereck $\square A'B'C'D'$ entsteht.

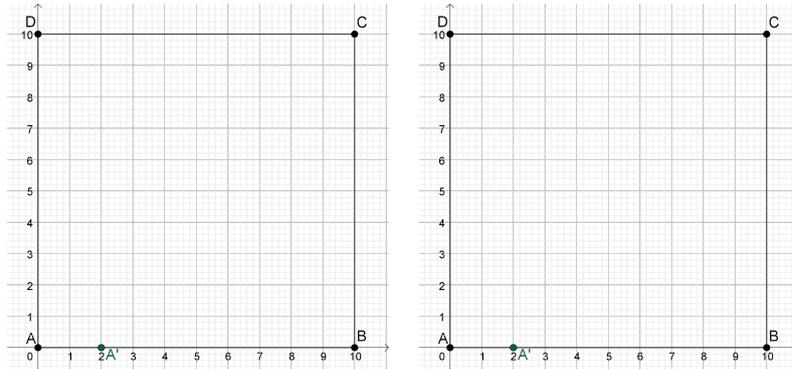
Gegeben sei dabei der Punkt $A' = (2,0)$.

Gesucht sind in (a) und (b) jeweils die übrigen Punkte B', C', D' .



(a) Gesucht sind B', C', D' so, dass $\square A'B'C'D'$ ein Rechteck ist. Es gibt dafür zwei Möglichkeiten.

1.) Zeichnet die beiden möglichen Rechtecke in die Grafiken ein.



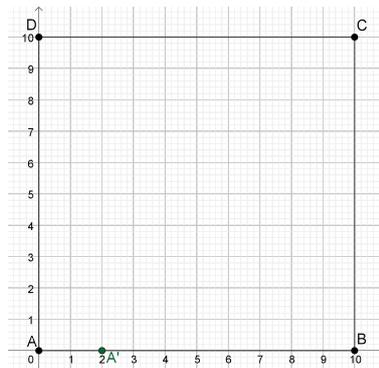
2.) Begründet jeweils, dass es sich tatsächlich um Rechtecke handelt. (Argumentiert mithilfe bekannter Größen. Ein Messen der Winkel ist keine ausreichende Begründung.)

3.) Berechnet für beide gefundenen Rechtecke den Flächeninhalt.

4.) Begründet, dass es keine weiteren Möglichkeiten gibt.

(b) Gesucht sind nun B', C', D' so, dass $\square A'B'C'D'$ ein Parallelogramm mit Flächeninhalt 44 ist.

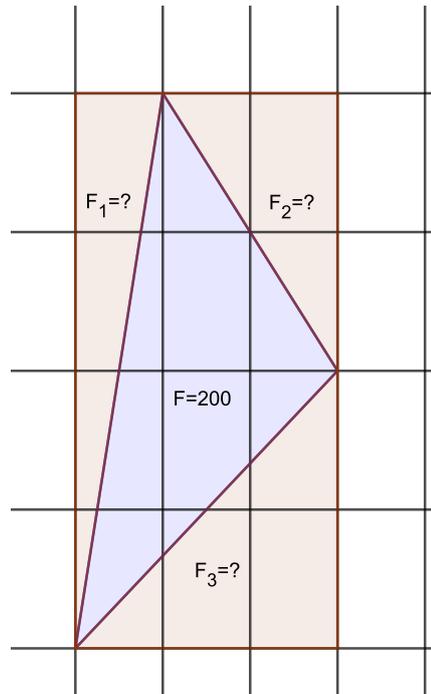
Begründet, dass es hierfür nur eine Möglichkeit gibt und zeichnet das gesuchte Parallelogramm in die folgende Grafik ein.



TAG DER MATHEMATIK 2022

Aufgabe MS1:

Die Ebene sei mit Rechtecken ausgelegt. Es sind vier Dreiecke eingezeichnet, eines davon hat den Flächeninhalt $F = 200$ (siehe Grafik).



Wie groß sind die Flächeninhalte F_1, F_2, F_3 der übrigen drei Dreiecke?

Aufgabe MS2:

Der 22.02.2022 war ein sogenannter "Palindrom-Tag", denn die Ziffernfolge, die das Datum beschreibt, ist vorwärts und rückwärts gelesen dieselbe.

2	2		0	2	2	0	2	2
Tag			Monat		Jahr			

Dabei wird das Datum mit jeweils 2 Ziffern für Tag und Monat (ggf. mit einer vorgestellten 0) und 4 Ziffern für das Jahr angegeben.

- Wann war vor dem 22.02.2022 der letzte Palindrom-Tag ?
- Wann wird nach dem 22.02.2022 der nächste Palindrom-Tag sein?
- Wieviele Palindrom-Tage gibt es im Zeitraum 01.01.2000 bis 31.12.2099 ?

Aufgabe MS3:

Anna und Bert machen ein Radtour. Da Anna sich verspätet hat, ist Bert schon mit konstanter Geschwindigkeit losgefahren. Anna möchte nun schneller fahren, um ihn wieder einzuholen. Es gilt:

- Wenn Anna mit 25km/h fährt, wird sie Bert in 18 Minuten einholen.
- Wenn Anna mit 20km/h fährt, wird sie Bert in 30 Minuten einholen.

- (a) Wie schnell fährt Bert?
- (b) Wie lange braucht Anna, um Bert einzuholen, wenn sie mit 15km/h fährt?
- (c) Wie schnell muss Anna fahren, um Bert in 10 Minuten einzuholen?

Aufgabe MS4:

Von zwei Quadratzahlen ist eine um 45 größer als die andere.

Gebt alle Möglichkeiten für die beiden Quadratzahlen an.

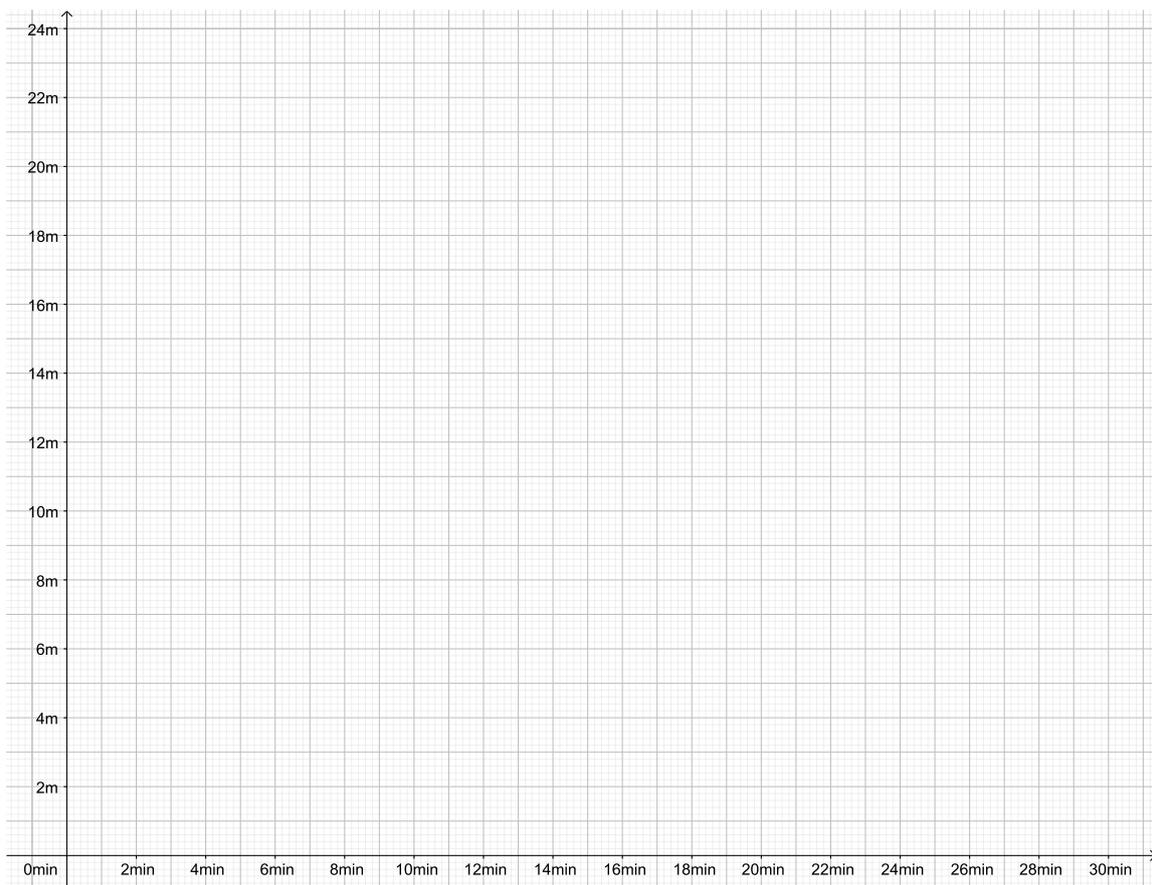
TAG DER MATHEMATIK 2022

Aufgabe MS5:

Die 6 Meter lange Schlange Tcharley kriecht mit einer Geschwindigkeit von 1 Meter pro Minute auf ihren Futternapf zu. Währenddessen läuft Ama, die Ameise mit einer Geschwindigkeit von 2 Metern pro Minute immer auf Tcharleys Rücken hin und her, vom vorderen Ende (Kopf) zum hinteren Ende (Schwanzspitze) und wieder zurück.

Zum Zeitpunkt 0 Minuten befindet sich Tcharleys Kopf genau 20 Meter vom Futternapf entfernt und Ama befindet sich genau am Kopf von Tcharley.

Zeichnet den Graphen der Funktion, die den Abstand von Ama zum Futternapf (y -Achse) in Abhängigkeit von der Zeit (x -Achse) angibt. Als Definitionsbereich (x -Achse) soll dabei das Intervall $[0, T]$ gewählt werden, wobei T der Zeitpunkt ist, an dem Ama den Futternapf erreicht. (Beachtet, dass Tcharley anhält, wenn sein Kopf den Napf erreicht.)



TAG DER MATHEMATIK 2022

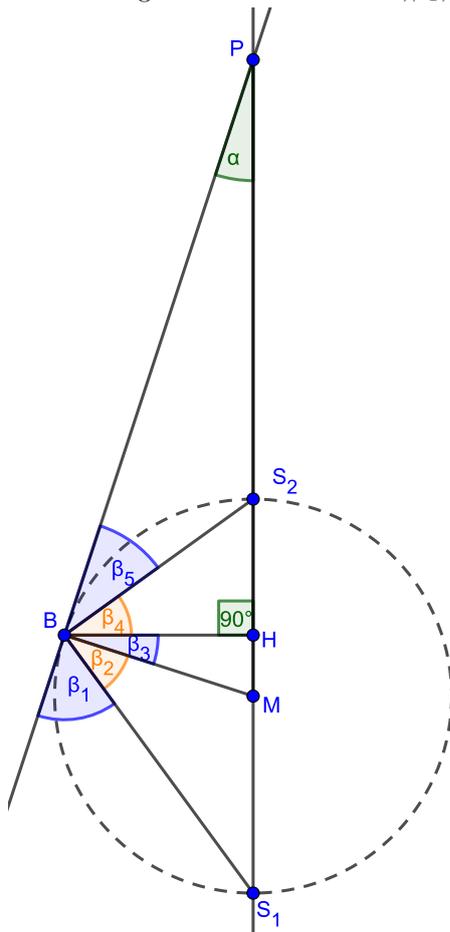
Aufgabe MS6:

- (a) Wieviele verschiedene vierstellige Zahlen kann man aus den Ziffern 1, 2, 3, 4 bilden, wenn jede dieser vier Ziffern genau einmal vorkommen soll?
- (b) Was ist die Summe aller dieser Zahlen?
-

Aufgabe MS7:

Die Grafik zeigt:

- einen Kreis mit Mittelpunkt M ,
- eine Tangente an den Kreis mit Berührungspunkt B und einen weiteren Punkt P auf dieser Tangenten,
- die Gerade durch die Punkte P und M sowie die Schnittpunkte S_1, S_2 dieser Geraden mit dem Kreisrand und den Lotfußpunkt H von B auf diese Gerade,
- die eingezeichneten Winkel $\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$.



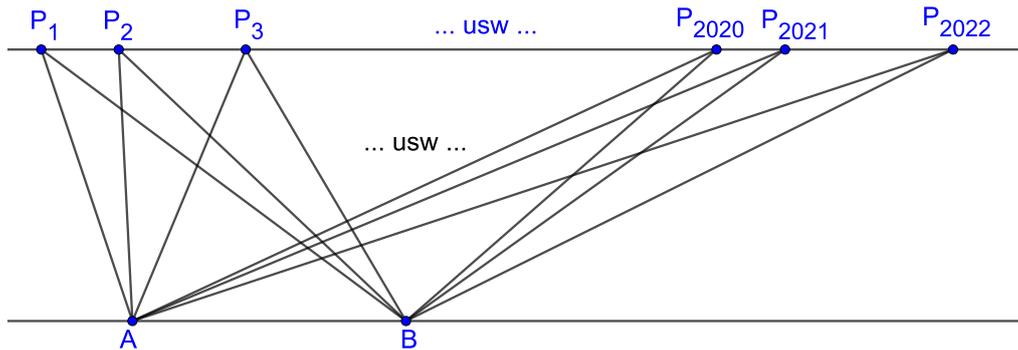
Gebt die Maße der Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ in Abhängigkeit von α (mit einem beliebigen Winkel α mit $0 < \alpha < 90^\circ$) an.

TAG DER MATHEMATIK 2022

Aufgabe MS8:

Gegeben seien zwei parallele Geraden sowie zwei Punkte A und B auf der einen Geraden und 2022 Punkte $P_1, P_2, \dots, P_{2022}$ auf der anderen Geraden.

Nun werden die beiden Punkte A und B jeweils mit allen Punkten $P_1, P_2, \dots, P_{2022}$ durch Strecken verbunden.



Wieviele Schnittpunkte entstehen dadurch im Bereich zwischen den beiden parallelen Geraden?